Informatica - 30/04

Esercizi precedenti

n°1

$$L = \{ a^i b^j c^k \mid j < k,\ i > 0,\ j > 0,\ k > 0 \}$$

1 Scomporre L in $L_1 \cdot L_2$

2 Trovare la grammatica di L

3 Determinare la classe di L

1. $L_1 = \{ a^i \mid i > 0 \}$

   $L_2 = \{ b^j c^k \mid j < k,\ j > 0,\ k > 0 \}$

2. $G(L_1) : S_1 \to aS_1 \mid a$ Tipo 3

   $G(L_2) : S_2 \to \cancel{bS_2cc \mid bcc}$

   $\cancel{b^n c^{2n}}$

   $S_2 \to bS_2c \mid bCc$

$C \to cC \mid c$ Tipo 2

$L: \quad S \to S_1 S_2$

$S_1 \to aS_1 \mid a$

$S_2 \to bS_2c \mid bCc$

$C \to cC \mid c$

3. Classe di L:

L_1 Tipo 3

L_2 Tipo 2

$L = L_1 \cdot L_2$ Tipo 2

n° 2

$L_1 = \{ a^i b^j c^k \mid i = j, \ i, j, k > 0 \}$

$L_2 = \{ a^i b^j c^k \mid j = k, \ i, j, k > 0 \}$

1. $L_1 \cap L_2$

2. $G(L_1)$, $G(L_2)$

3. Classe $L_1 \cap L_2$

1. $$L_1 \cap L_2 = \left\{ a^i b^j c^k \;\middle|\; \begin{array}{ll} i = j & i, j, k > 0 \\ \wedge & \\ j = k & i, j, k > 0 \end{array} \right\}$$

$$= \{ a^n b^n c^n \mid n > 0 \}$$

2. $G(L_1)$

$$L_1 = \{ a^i b^i c^k \mid i, k > 0 \}$$

$$L_{11} = \{ a^i b^i \mid i > 0 \}$$

$$L_{12} = \{ c^k \mid k > 0 \}$$

$G(L_{11})$: $S_1 \to a S_1 b \mid ab$

$G(L_{12})$: $S_2 \to c S_2 \mid c$

$G(L_1)$: $S \to S_1 S_2$ Tipo 2

$$L_2 = \{ a^i b^k c^k \mid i, k > 0 \}$$

$$L \ldots = \{ a^i \mid i > 0 \}$$

$L_{21} = \{ a^i \mid i > 0 \}$

$L_{22} = \{ b^k c^k \mid k > 0 \}$

$G(L_{21}): \quad S_1 \to aS_1 \mid a$

$G(L_{22}): \quad S_2 \to bS_2c \mid bc$

$G(L_2): \quad S \to S_1S_2$ Tipo 2

3. Classe $L_1 \cap L_2$

La classe dei linguaggi Context-Free non è chiusa rispetto all'operazione di intersezione.

$L_1 \cap L_2 = \{ a^n b^n c^n \mid n > 0 \}$ non è di tipo 2 $\longrightarrow$ Pumping Lemma

Esercizio 1 17/04

$$L_1 = \left\{ w = a^n b^k \;\middle|\; \begin{array}{l} n, k > 0 \\ n \geq k \end{array} \right\}$$

$$L_2 = \left\{ w = a^n b^k \;\middle|\; \begin{array}{l} n, k > 0 \\ n \leq k \end{array} \right\}$$

1. Trovare $L = L_1 \cap L_2$

$$L_1 \cap L_2 = \left\{ a^n b^k \;\middle|\; \begin{array}{ll} \underline{n,k>0} & n \geq k \\ \quad\wedge & \\ \underline{n,k>0} & n \leq k \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ a^n b^k \mid n,k>0 \;,\; n = k \right\}$$

$$= \left\{ a^n b^n \mid n>0 \right\}$$

Esercizio 2 17/04

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to aSb \mid aBb \mid aCb \\ B \to a \mid aB \mid aaaB \\ C \to \lambda \mid aC \mid bC \end{array} \right\}$$

Definire L generata da P

$$S \xrightarrow{k} a^k S b^k$$

(1)
$$\Rightarrow a^k (aBb) b^k$$
$$\Rightarrow a^k \; a^n \, b \; b^k$$

(2)
$$\Rightarrow a^k (aCb) b^k$$

$$\overbrace{a^k a}^{a^{k+1}} \; \underbrace{\gamma}_{} \; \overbrace{b b^k}^{b^{k+1}}$$

$$\gamma \in \{a,b\}^*$$

$$L = \{ a^k \gamma\, b^k \mid \gamma \in \{a,b\}^*,\ k>0 \}$$

$$L_1 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R \}$$

$$L_2 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid w = a^n b^k,\ n \geq 0,\ k \geq 0 \}$$

$$= \{ \lambda, a, b, ab, abb, aab, aaa, bbb, \ldots \}$$

1 Trovare $L_1 \cap L_2$

L_2 contiene stringhe formate da un blocco di $\underline{a}$ seguito da un blocco di $\underline{b}$. Affinché una stringa di questa forma sia palindroma, non può presentare sia $\underline{a}$ che $\underline{b}$. Pertanto, le uniche palindrome in L_2 sono stringhe composte da una sola 'tipologia' di carattere:

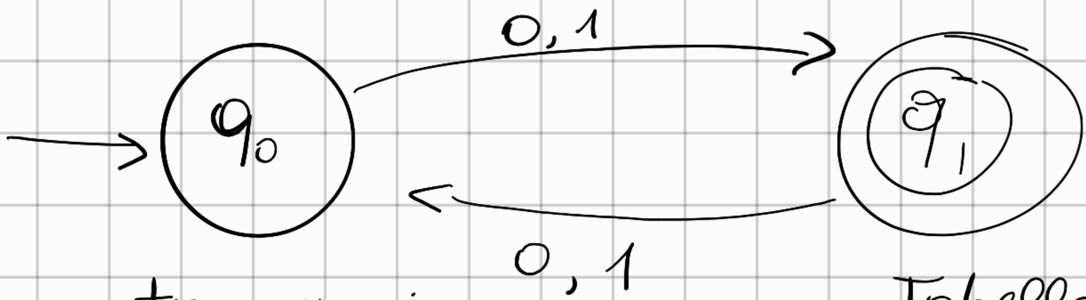
$$L_1 \cap L_2 = \{ a^n \mid n \geq 0 \} \cup \{ b^n \mid n \geq 0 \}$$

Automi

1. $L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid |w| \text{ dispari} \}$

q_0 : stringhe di lunghezza pari

q_1 : stringhe di lunghezza dispari
↳ stato finale



Elenco transizioni

$\delta(q_0, 0) = q_1$

$\delta(q_0, 1) = q_1$

$\delta(q_1, 0) = q_0$

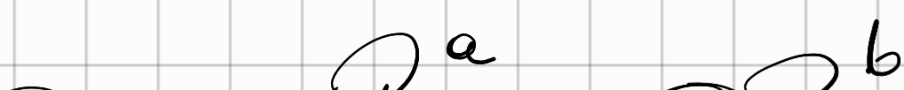
$\delta(q_1, 1) = q_0$

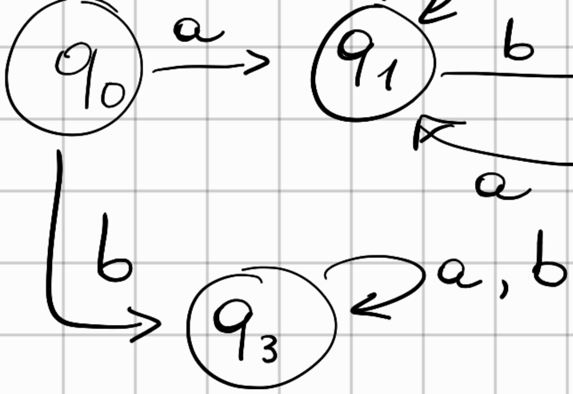
Tabella stati

δ	0	1
q_0	q_1	q_1
q_1	q_0	q_0

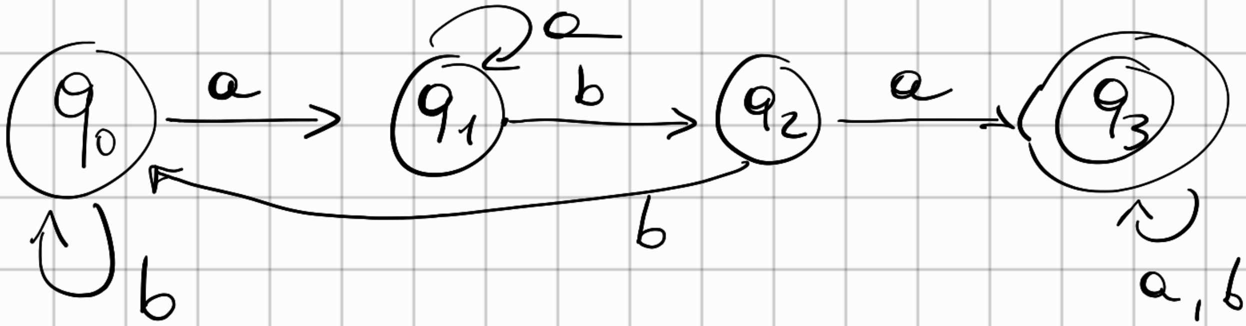
→ automa del complemento
- Stati finali diventano non finali
- Stati non finale diventano finali

2. Linguaggio delle stringhe che iniziano con 'a' e finiscono con 'b'

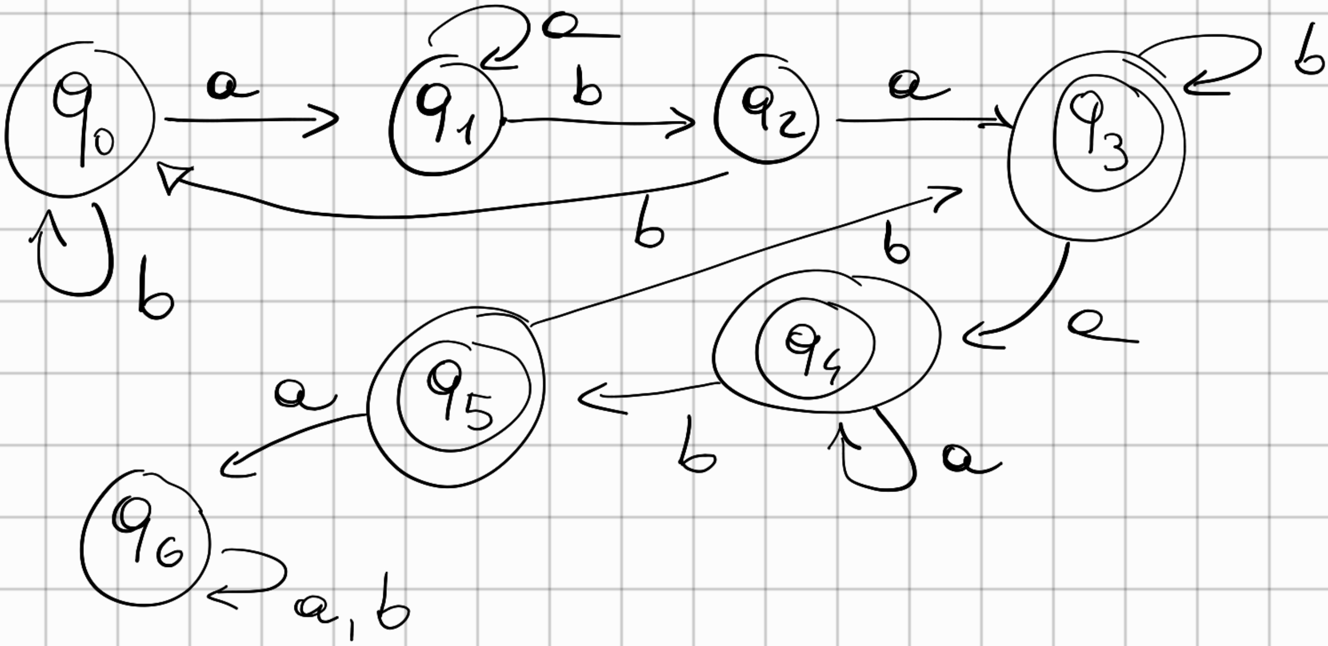




3. Linguaggio delle stringhe che contengono <u>almeno</u> una sottostringa 'aba'



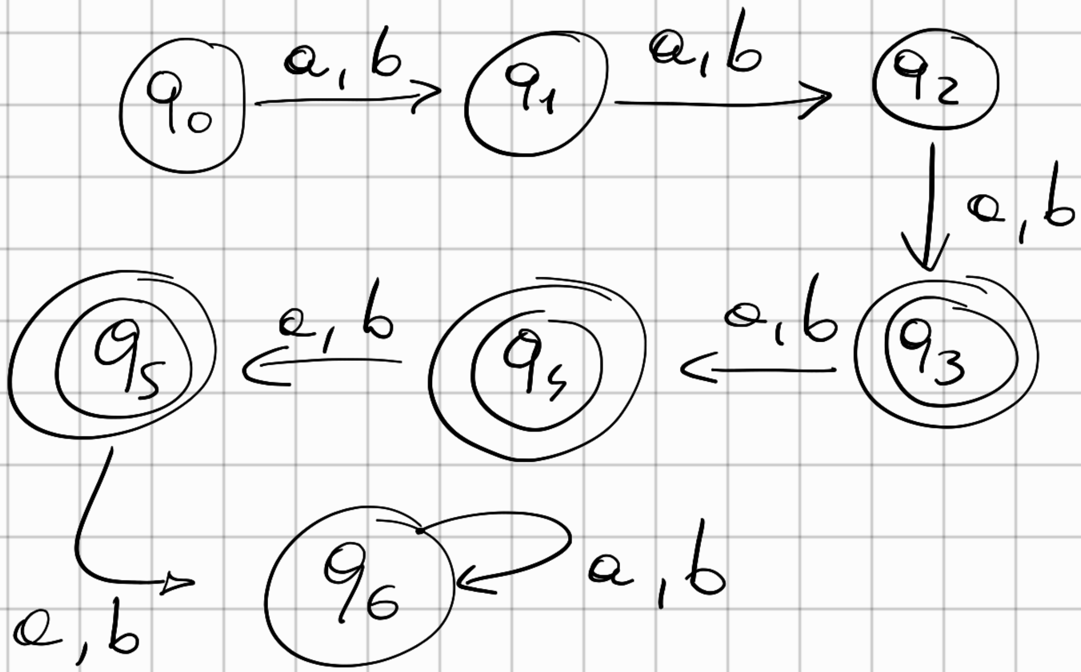
⇒ <u>al massimo</u> una sottostringa 'aba'



4. Linguaggio delle stringhe con lunghezza

di almeno 3 e al massimo 5

di almeno 3 e al massimo 5

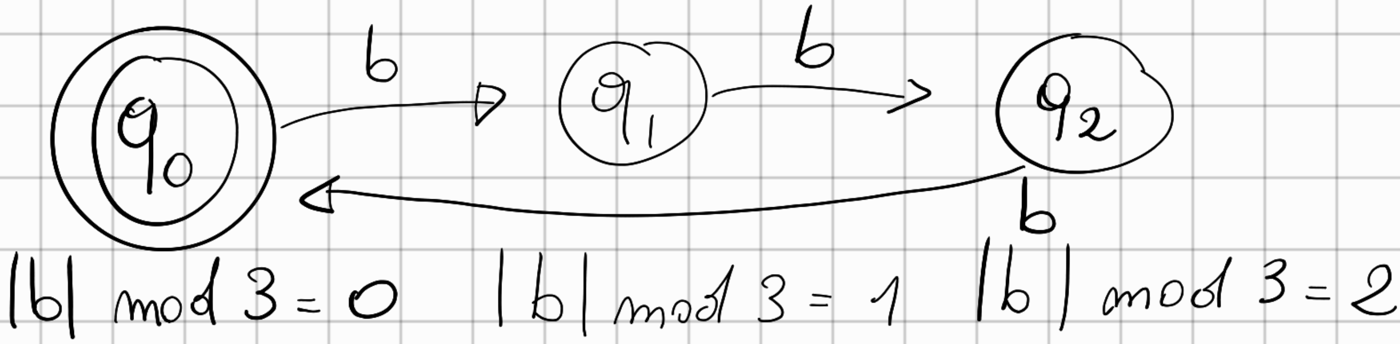


5. Linguaggio delle stringhe con numero di 'b' multiplo di 3

1 mod 3 = 1

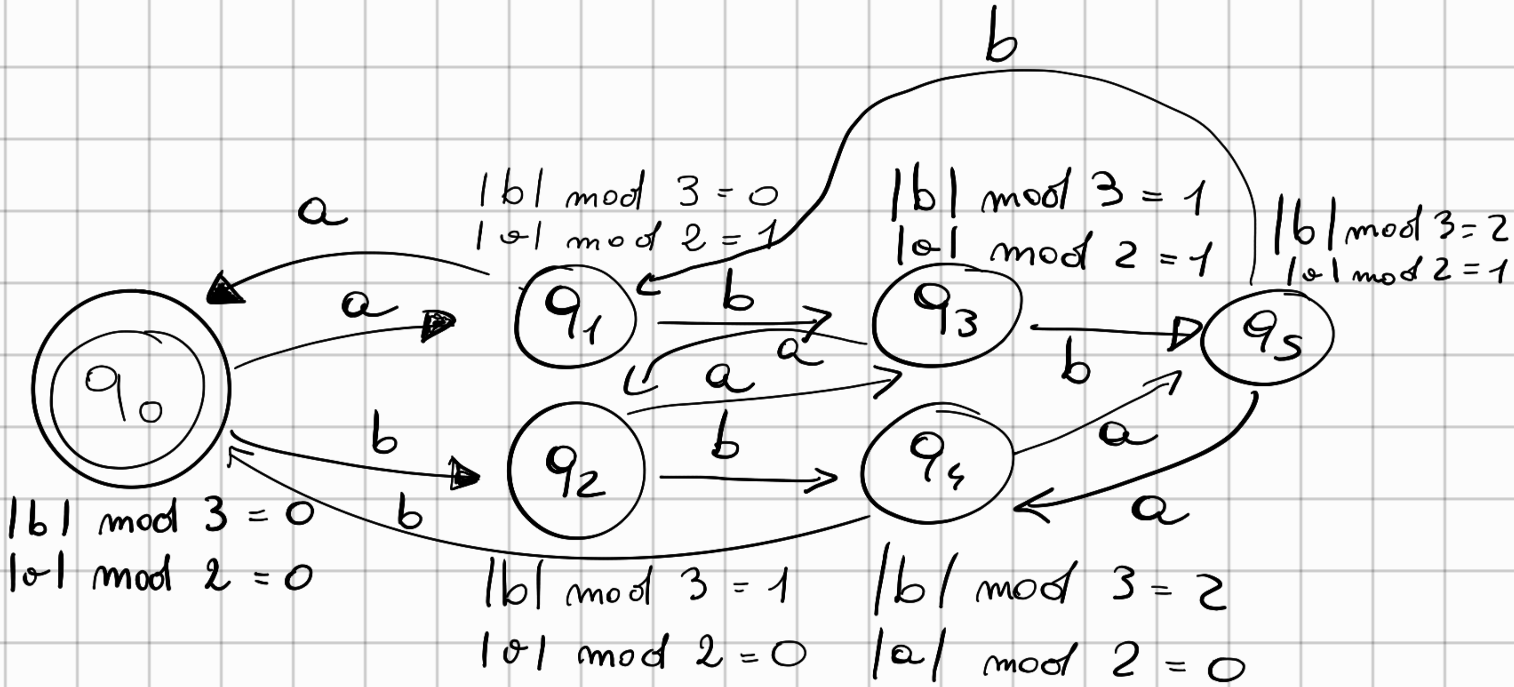
2 mod 3 = 2

3 mod 3 = 0



6. Linguaggio delle stringhe con numero

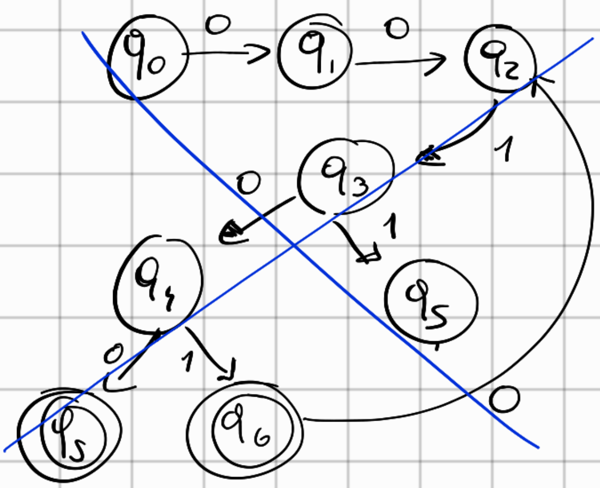
di 'b' multiplo di 3 E numero di 'a' multiplo di 2

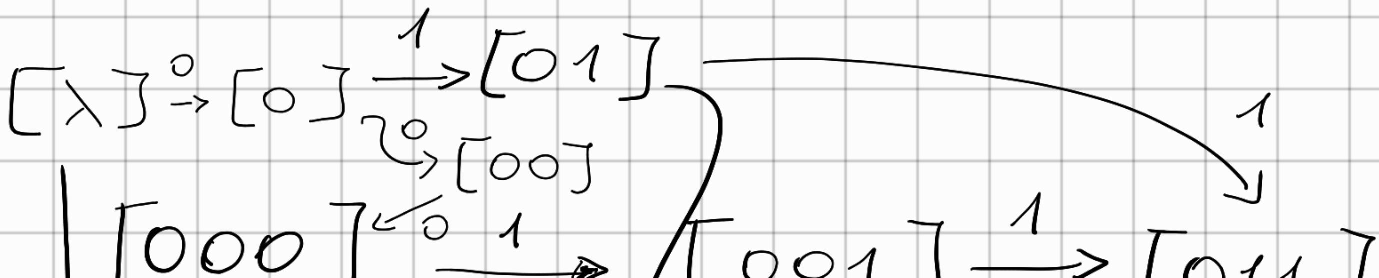


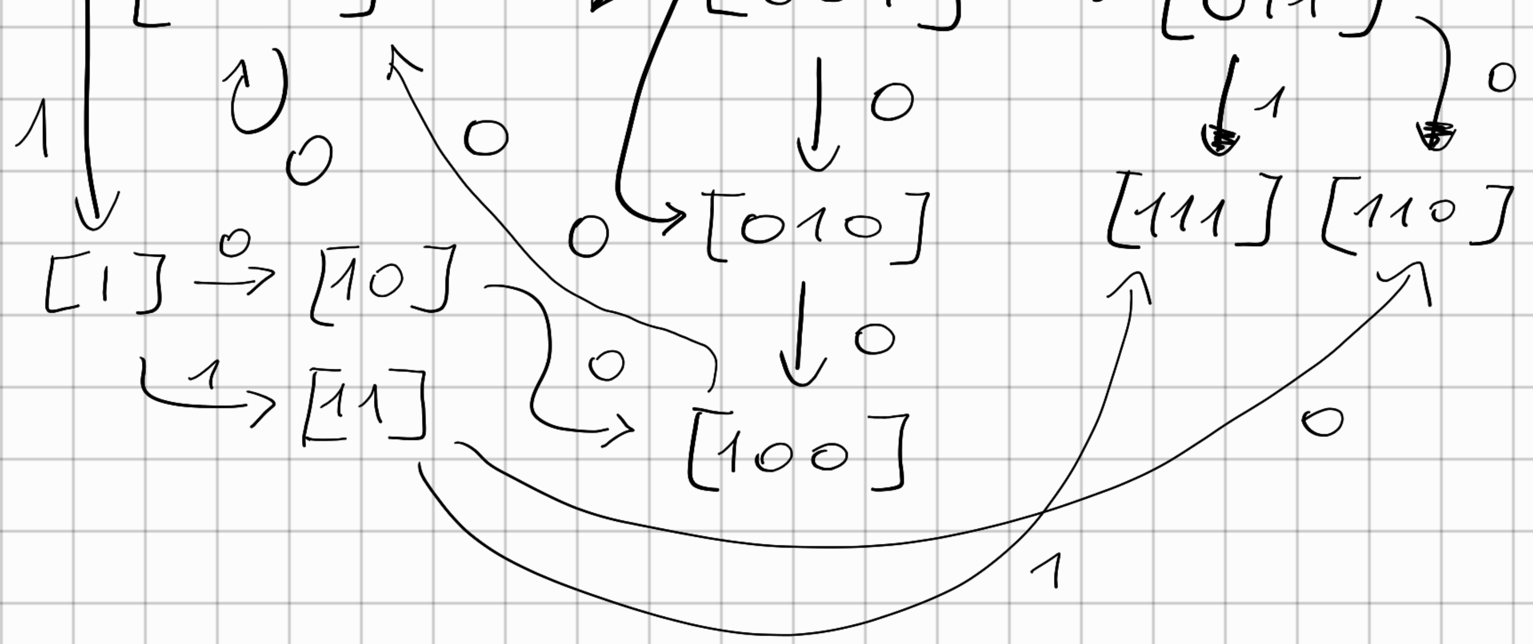
7. Linguaggio delle stringhe in cui il terzultimo simbolo è 1

001010 100

- 000 ✗
- 001 ✗
- 100 ✓
- 101 ✓
- 110 ✓
- 111 ✓
- 010 ✗
- 011 ✗







Tutte le combinazioni, perché non possiamo tenere traccia tra della posizione che del simbolo osservato.

Esercizi

A. Linguaggio delle stringhe che contengano almeno una sottostringa '0110'

B. Linguaggio delle stringhe composte da una sequenza alternata di 0 e 1

C. Linguaggio delle stringhe di lunghezza pari che iniziano con 'b' e NON finiscono con 'a'

D. Linguaggio delle stringhe che iniziano con '010' oppure '101'

E. Linguaggio delle stringhe che hanno una lunghezza di almeno 3 e finiscono con 'abc'

F. Linguaggio delle stringhe in cui esistono due simboli uguali a distanza 2

aXXa